

PDCA サイクルによる意思決定と長期成長経路のシミュレーション

東京工科大学 榎 俊吾

An inquiry into the long-term economic growth path guided by PDCA cycle decision- making through simulation

Shungo Sakaki

Tokyo University of technology

要旨

本稿では、PDCA サイクルを意思決定原理とした、マクロ経済成長経路の特徴を数値計算によって確認し、合わせて最適成長経路に対する社会的厚生評価を比較した。数値計算プログラムは、Mathematica 12 により作成した。この結果、種々の PDCA サイクル成長経路のうち、修正黄金律水準の近傍にある定常状態に一樣に収束する経路は、動学的非効率性を緩和し、最適成長経路に匹敵する厚生水準に達することがわかった。加えてこのような経路は無数に存在し、一定の厚生上の低下を許容範囲として認めるならば、逐次的な修正計画の積み上げという現実的な政策運営によって、十分なマクロ経済成長が実現可能である。

また、PDCA サイクルにより実現する種々多様な成長経路の発生過程についても検討を加えた。成長経路は、生産または所得配分計画と消費水準、それぞれの状態遷移を表す、 \dot{x}_t と \dot{c}_t の定常状態を表す曲線(垂直線)の位置が動的に変化することで、いくつかの異なる位相構造に規定される。本稿では、数値計算により、この変化する位相構造の発生過程について確認した。

キーワード

成長経路、PDCA サイクル、シミュレーション、社会的厚生評価

1. はじめに

榎(2021)では、Uzawa(1964、1965)、Cass(1965)、Koopmans(1965)により完成された最適成長モデルに代わり、PDCA サイクルを行動原理として、予想と実績を対比し、修正しながら逐次的に意思決定を繰り返す、長期成長経路をモデル化した。同モデルは、このような組織内外の環境の変化に進化的に適応する行動原理を、レプリケータダイナミクスによって人口動学として経済成長過程に組み込んだものである(Weibull 1995、Sakaki 2018)。

同モデルから、以下の可能性が導かれた。すなわち、PDCA サイクルの導く成長経路は、逐次的な意思決定を積み上げたものであることから原理的に無数に存在する。さらに、同経路は、動学的非効率性を緩和しながら、修正黄金律を凌駕する、資本残高の定常状態に至る。一方、PDCA サイクル成長経路は、最適な成長計画に導かれた経路ではないため、現在から

無限の将来にわたって、代表的家計の消費に関する効用を合計(積分)した社会的厚生評価を最大化する経路を保証するものではない。

そこで本稿では、Mathematica 12により数値計算を実施し、榊(2021)により解析的に導かれた種々のPDCAサイクル成長経路を確認し、合わせて最適成長経路に対する社会的厚生評価上の比較を実施した。この結果、種々のPDCAサイクル成長経路のうち、修正黄金律水準の近傍にある定常状態に一樣に収束する経路は、動学的非効率性を緩和し、最適成長経路に匹敵する厚生水準に達することがわかった。加えてこのような経路は無数に存在し、厚生水準の低下に一定の許容範囲を認めるならば、唯一の最適成長計画に代わって、逐次的な修正計画の積み上げによって実務的に達成可能な、現実的な経営計画から導かれるものである。

2. PDCAサイクルによる実務的な意思決定と長期成長経路

いま、一つの国内経済を想定し、その当期資本残高を K_t 、労働供給量を L_t とし、生産関数を $F(K_t, L_t)$ とすれば、国内総生産は $Y_t = F(K_t, L_t)$ と表せる。また、また家計の消費支出を C_t 、貯蓄を S_t 、企業の設備投資を I_t で、それぞれ表す。生産関数 $Y_t = F(K_t, L_t)$ は規模に関して収穫一定であると仮定し、一人当たりの数量に換算して $y_t = Y_t/L_t$ 、 $k_t = K_t/L_t$ とすれば、 $y_t = f(k_t)$ のように表記できる。榊(2021)のモデルにおける成長経路は、初期条件から出発し、最適成長モデルにおけるケインズ＝ラムゼイ公式に代わり、PDCAサイクルに基づく意思決定である(1)式を通じて、消費と資本蓄積に関する動学方程式(2)式と(3)式に導かれていく、相互に状態を参照し合う下記の体系からなる経路である。ただし、 ρ は時間に関する主観的割引率を、 n は労働供給量の成長率を表す。

$$\dot{x}_t = x_t(1 - x_t)[f(k_t) - e^{-\rho}\{f(k_t) + f'(k_t)\dot{k}_t\}] \quad \dots(1)$$

$$\dot{c}_t = \dot{x}_t f(k_t) + x_t f'(k_t) \dot{k}_t \quad \dots(2)$$

$$\dot{k}_t = f(k_t) - c_t - nk_t \quad \dots(3)$$

図1は、資本残高の黄金律水準を $k^\#$ 、(1)式と(2)式における定常状態($\dot{x}_t = 0, \dot{c}_t = 0$)を表す資本残高水準を k^* 、 k^{**} 、 k^{**2} と表すとき、それぞれ、 $k^\# < k^{**}(\dot{k}_t < 0)$ の場合(左図)と、 $k^{**}(\dot{k}_t < 0) < k^\#$ の場合(右図)の位相図と典型的な成長経路を示している。両者はともに、成長経路の描く軌跡の定性的な性質については同一である。ただし後者(右図)の場合には、原理的に定常状態が黄金率水準を上回ることはない。そして、図1の経路では両者ともに、位相構造の異なる4種類の経路①、②、③、④の存在が確認されている(解析的には榊(2021)を、数値計算結果に関しては本稿の補論をそれぞれ参照)。

このうち、①の経路と③の経路において、資本の過剰蓄積が低減された、動学的非効率性の緩和された経路が導かれる。しかし、①の経路では、動学的非効率性は緩和しうるが、非常に低い資本水準を初期値として、低い厚生水準の定常状態に単調に収束し、修正黄金律水準に接近、到達することは不可能である。一方、③の経路では、過剰な資本蓄積を回避し、動学的に効率的な、そして修正黄金律水準を射程としうる最適成長経路に準じた結果を生

み出す可能性が存在する。なお、③の経路では、(2)式における定常状態が $k^{**} = k^{**2}$ となる初期条件を満たす経路で消費水準が単調に増加し、動学的非効率性が大きく緩和される。

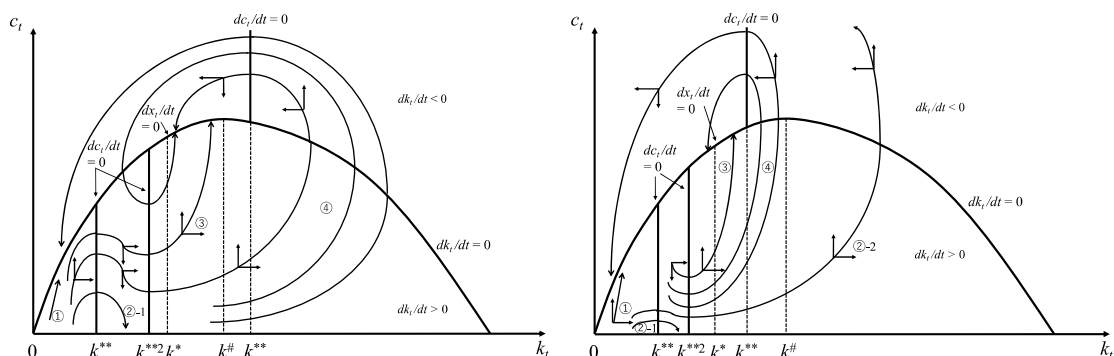


図1 PDCA サイクルに基づく成長経路

左図： $k^{\#} < k^{**} (\dot{k}_t < 0)$ の場合、右図： $k^{**} < k^{\#} (\dot{k}_t < 0)$

3. 数値計算によるPDCA サイクル成長経路の社会的厚生水準の評価

本稿では、榊(2021)で検討された理論的結果を数値計算によって確認し、一方、理論的には確認のできなかった社会的厚生水準について検討する。以下、3.1節では、Mathematica 12で実装された数値計算モデルを定義する。3.2節では、社会的厚生水準の評価式を定義し、3.3節で、PDCA サイクル成長経路の最適成長経路に対する社会的厚生評価を行う。

なお、本節の数値計算モデルでは、生産関数と効用関数が特定の関数形で構成されている。定常状態や社会的厚生水準は、この関数形に依存するため、定量的な評価には一定の限界がある。しかし、技術水準を規定する生産関数と消費水準を評価する効用関数は、国民経済ごとに異なる構成になっていると考えるのが自然である。そこで、本稿では、そのような想定ケースの一つとして、本節のような関数形を採用し、検討を加えている。

3.1 数値計算モデル

本節では、稲田条件を満たす生産関数として、コブ・ダグラス型を考える。

$$y_t = f(k_t) = k_t^a; 0 < a < 1 \quad \dots(4)$$

ただし、ここでは、比較的成熟した経済を想定した、労働供給の成長率を $n = 0.01$ 、時間選好に関する主観的割引率を $\rho = 0.01$ とする。そして、生産関数のパラメータを $a = 0.5$ とし、成長経路を計算する。この時、黄金律の水準は $k^{\#} = 2500$ 、 $c^{\#} = 25$ で、修正黄金律の水準は $k^{\#\#} = 625$ 、 $c^{\#\#} = 18.75$ である。

ここで、式(1)、(2)、(3)からなる Mathematica 12 の数値計算プログラムは、微分方程式の解を数値計算する組込関数「NDSolve」を用い、ユーザ定義関数「crdAP」からなる関数プログラムとして以下のように定義した。コード中では、 $\rho = r$ であり、 te は時系列の反復回数である。また x_0 、 c_0 、 k_0 は各初期値である。

```
crdAP[te_, a_, r_, n_, x0_, c0_, k0_] := NDSolve[{
  x'[t] == x[t] (1 - x[t]) (k[t]^a - Exp[-r] (k[t]^a + a k[t]^(a - 1) k'[t])),
```

$$\begin{aligned}
c'[t] &== a k[t]^{-(1+a)} x[t] k'[t] + k[t]^a x'[t], \\
k'[t] &== k[t]^a - c[t] - n k[t], \\
x[0] &== x_0, c[0] == c_0, k[0] == k_0, \{x, c, k\}, \{t, te\};
\end{aligned}$$

3.2 時間を通じた社会的厚生水準の評価

榊(2021)で明らかにしたように、PDCA サイクルに基づく成長経路は、初期の資本ストック残高が同じ経済であっても、時々意思決定によって逐次計画が実行されるため、本質的に多様である。それでは、社会的厚生関数を評価基準とした場合、PDCA サイクルに基づく様々な成長経路は、最適成長経路に対してどの程度の割合を占めることができるのだろうか。そこで、代表的な家計における現在から無限の未来までの消費効用を集積（積分）する社会的厚生関数を以下のように定義し、両経路の成長度合いを評価してみよう。

$$W_{\infty}^{PDCA} = \int_0^{\infty} u(c_t^{PDCA}) e^{-\rho t} dt \leq \int_0^{\infty} u(c_t^{Optimal}) e^{-\rho t} dt = W_{\infty}^{Optimal} \quad \dots(5)$$

不等式(5)の左辺の式は、PDCA サイクルに基づく成長経路の場合を表し、右辺の式は最適成長経路の場合を表している。それでは、PDCA サイクルに基づく成長経路の定常状態が修正黄金律レベル付近に達する経路では、左辺の評価式が右辺の評価式にどの程度まで到達できるであろうか。ここでは、一様に定常状態に近づき、動学的非効率性を緩和できる場合について、上記(5)式に基づく社会的厚生評価を検討する。

代表的家計の効用関数を CES(Constant Elasticity of Substitution)型と定義した場合、経時的な社会的厚生評価は以下のように表すことができる(小山田 2012)。

$$\int_0^{\infty} u(c_t) e^{-\rho t} dt = \int_0^{\infty} \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt \quad \dots(6)$$

ここで、 σ は限界効用の弾力性であり、効用関数が CES 型であるため、正の定数値である。あるいは、異時点間の消費代替弾力性の逆数を表わす。最適成長計画の条件から導かれるケインズ＝ラムゼイ公式は、一人当たりの消費に関する次の微分方程式で表現できる。

$$\dot{c}_t = \frac{c_t}{\sigma} [f'(k_t) - n - \rho] \quad \dots(7)$$

以上の前提のもとに、最適成長経路を導く力学系の数値計算プログラムは、式(7)と資本蓄積の状態遷移式(3)を組み合わせ、Mathematica 12 の組込関数「NDSolve」を使い、ユーザ定義関数「cogKR」として以下のように定義できる。コード中 $\rho = r$ 、 $\sigma = s$ であり、 te は時系列の反復回数である。

```

cogKR[te_, a_, s_, r_, n_, c0_, k0_] := NDSolve[{
  c'[t] == c[t]/s (a k[t]^{-(1+a)} - n - r),
  k'[t] == k[t]^a - c[t] - n k[t],
  c[0] == c0, k[0] == k0}, {c, k}, {t, te}];

```

3.3 数値計算結果

上記のプログラムに基づき、資本ストック残高の初期値を $k_0=1$ (小規模経済)、 $k_0=100$ (ある程度の規模の経済)とした2つのケースについて、修正黄金律レベルに達する条件となる一人当たりの消費量の初期値を推定した。異時点間の消費代替弾力性の逆数 σ は、八木橋・

片野 (2020)に基づく、日米の推定値に近い 1/1.4 とした。ここでは、社会的厚生評価式(6)を、Mathematica 12 の組込関数「NIntegrate」を用いて、上記の条件と資本ストック残高の初期値である $k_0=1$ と $k_0=100$ の 2 つの場合について、それぞれ 1000 期間で数値計算した。

まず、資本ストック残高の初期水準が $k_0=1$ と非常に低い場合には、修正黄金律水準を大きく下回る動学的に非効率な経路が多数存在する。例えば、生産または所得配分計画を表す $x_0=0.99$ 、消費水準 $c_0=0.72$ の初期条件では、 $k_{1000}=27$ に収束する経路が存在する。社会的厚生評価式(6)で評価した結果、最適成長経路の修正黄金律水準 $k^{##}=625$ と比較した比率は 0.53 であった。以上の結果からは、人口増加率 $n=0.01$ 、主観的割引率 $\rho=0.01$ の比較的成熟した経済環境では、初期資本残高がこの環境に見合わない程度にしか蓄積されていない水準 $k_0=1$ からスタートしても、PDCA サイクルの下では、最適な成長経路には接近できないことがわかる。

しかし、このように初期の資本ストック残高が著しく低い経済であっても、人口増加率が $n=0.07$ 、主観的割引率が $\rho=0.07$ の、高成長経済として想定される環境の場合、PDCA サイクルによって最適な成長経路に近づくことが可能である。実際、数値計算の結果、無数の成長経路において、動学的非効率性を緩和し、修正黄金律の水準を含む領域に収束する。例えば、 $x_0=0.99$ 、 $c_0=0.097$ の初期条件では、修正黄金律 $k^{##}=12.7551(t=1000)$ を中心に収束する経路が存在する。この経路は、社会的厚生水準の評価式(6)で推定される最適成長経路に対する比率が 0.987457 に達している($t=1000$)。

次に、資本ストック残高の初期値が $k_0=100$ の場合に、PDCA サイクルによる生産計画または所得配分計画の初期値 $x_0=0.99$ に基づいて、7 つの可能な消費水準を $c_0=3.0\sim 3.94697$ の範囲で設定し、1000 期間の社会的厚生評価を推定した結果を表 1 に示す。この場合、一部の成長経路では修正黄金律を含む無数の定常状態に収束する。ここで、修正黄金律水準に収束する最適成長経路に対応する消費水準のおおよその初期値は、数値計算の結果、 $c_0=3.94697$ であった。図 2 は、数値計算から求めた最適成長経路である。ただし、最適成長経路は鞍点経路であるため、数値計算上は $t=1000$ で修正黄金律レベルに近づく近似的な経路に過ぎない点に注意されたい。また、上記の条件下にある PDCA サイクルによる成長経路の例として、 $c_0=3$ の場合の計算結果を図 3 に示した。

表 1 最適成長経路と PDCA サイクル成長経路の社会的厚生水準の数値計算結果

	Optimal		PDCA					
c_0	3.94697	3.0	3.4	3.5	3.6	3.65	3.7	3.94697
k_{1000}	625.006	689.978	649.978	639.978	629.978	624.978	619.979	595.279
c_{1000}	18.7499	19.3674	18.9947	18.8978	18.7994	18.7496	18.6994	18.4453
$W^{Optimal}$	357.615	-	-	-	-	-	-	-
W^{PDCA}	-	357.074	357.513	357.52	357.495	357.471	357.441	357.193
$W^{PDCA}/W^{Opt.}$	-	0.998487	0.999716	0.999734	0.999664	0.999598	0.999513	0.998818

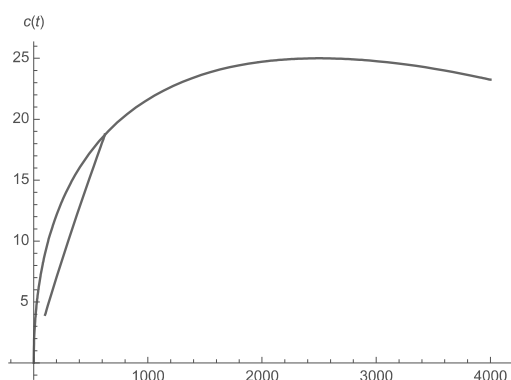


図2 最適成長経路

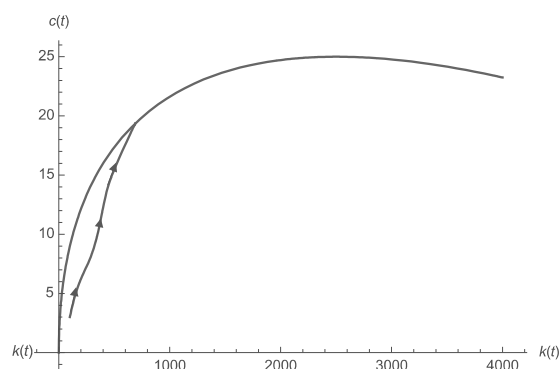


図3 PDCA サイクルによる成長経路の例

以上の数値計算結果から、消費水準の初期値が $c_0=3.0\sim 3.94697$ の範囲にある場合、いずれの成長経路も修正黄金律の周辺に一樣に収束することがわかった。また、 $t=0\sim 1000$ のすべての期間にわたって合計(積分)した社会的厚生評価式(6)は、最適成長経路で実現される水準に匹敵し、その比率はいずれも 0.99 を超えている。 $t=1000$ の資本ストック残高は、 $c_0=3.0\sim 3.6$ で修正黄金律の水準を上回り、 $c_0=3.65\sim 3.94697$ では下回っている。このうち、 $c_0=3.65$ では定常状態 k_{1000} の水準が修正黄金律に最も近くなっている。また、表1中の右端の列のケースが最適成長経路と等しい消費の初期値水準で計算した結果である。

4. 結論

榊(2021)で指摘したように、PDCA サイクルの導く成長経路では、修正黄金律水準を凌駕する定常状態に至る可能性が存在する。一方、最適な成長計画に導かれた経路ではないため、現在から無限の将来にわたって、代表的家計の消費に関する効用を合計(積分)した社会的厚生評価を最大化する経路を保証するものではない。しかし、本稿では、CES 型で社会的厚生評価を構成し、数値計算を行った結果、最適成長経路に比較して9割を超える厚生水準に達することがわかった。

ただし、社会的厚生評価において、無数に存在する PDCA サイクル成長経路のうち、いずれが最適な経路を導く初期水準を与えるのか、また、この初期水準と社会的厚生評価との間にどのような関係があるのかについては、1000 期間という有限な期間の数値計算結果であるため、判断を保留する。しかし、人口増加率 $n=0.01$ 、主観的割引率 $\rho=0.01$ という比較的成熟した経済環境の場合、初期の資本ストック残高がこの環境に見合った水準まで蓄積されていれば、PDCA サイクルに基づいて予想と実績を比較しながら逐次意思決定を実践していくとき、消費計画の違いによって様々な経路は発生しうるものの、最適成長に準じた経路を模索していくことが可能である。

補論：PDCA サイクル成長経路の位相構造について

この補論では、低水準の人口増加率 $n=0.01$ 、主観的割引率 $\rho=0.01$ という比較的成熟した経済を想定した場合に、初期資本ストック残高には修正黄金律水準に達しない $k_0=60$ の

水準を例にとり、位相構造の変化を数値的に検証する。ここでは、PDCA サイクルに基づく生産ないし消費配分計画の初期値を $x_0 = 0.99$ に固定しつつ、消費水準の初期値 c_0 を位相構造が変化する領域を含む 2.60~2.70 の範囲で設定し、成長経路を算出する。また、最適成長経路に対応する消費水準の初期値として、数値計算の結果、 $c_0 = 2.5882$ という近似値が得られた。

以上の設定で数値計算した結果を表 A1 に掲載した。消費水準の初期値ごとに、 \dot{x}_t と \dot{c}_t の定常状態を表す曲線(垂直線) k^* および k^{**} 、 k^{**2} の位置と、1000 期間にわたる社会的厚生水準を記述した。表 A1 から、上記の設定で導出した成長経路には、3 種類の位相構造の存在することがわかる。第一に、 $c_0 = 2.60 \sim 2.614254$ の近傍から導出される経路である。第二は、 $c_0 = 2.614255 \sim 2.63$ の近傍からの経路である。第三は、 $c_0 = 2.64 \sim 2.70$ の近傍から導出される経路である。

表 A1 PDCA サイクル成長経路の位相構造($k_0 = 60$ の場合)

	Optimal	PDCA						
c_0	2.5882	2.60	2.61	2.614254	2.614255	2.63	2.64	2.70
$k^{**}(dk_t/dt > 0)$	-	267.262	291.039	334.808	-	-	-	-
$k^{**2}(dk_t/dt > 0)$	-	1036.39	430.978	335.61	-	-	-	-
k^*	-	1087.09	523.891	476.276	476.274	396.375	370.568	300.43
$k^{**}(dk_t/dt < 0)$	-	1406.42	664.403	610.137	610.127	523.026	-	-
k_{1000}	625	506.999	505.871	505.438	505.438	503.853	502.85	496.843
$W^{Optimal}$	340.324	-	-	-	-	-	-	-
W^{PDCA}	-	286.018	334.494	336.021	336.021	338.0	338.461	339.149
$W^{PDCA}/W^{Opt.}$	-	0.840428	0.982868	0.987356	0.987357	0.99317	0.994526	0.996546

第一の位相構造に属する経路では、図 A1 に示すように、消費水準の増減に伴い、初期段階で修正黄金律水準を超える水準まで資本が蓄積され、その後、消費水準が急激に上昇し、その結果、資本は修正黄金律水準以下の定常状態に収束する。初期段階での消費水準の変動は、 c_0 の増加とともに減少し(k^{**} と k^{**2} が接近する)、 $c_0 = 2.614254 \sim 2.614255$ の領域で消失する。この経路も動学的に非効率である。社会的厚生評価は、資本蓄積の度合いが過多になるにつれて低下する傾向にある。例えば、 $c_0 = 2.60$ の場合、社会的厚生水準は最適成長経路に対して 0.840428 の比率となる。一方、初期の消費水準の変動が小さい場合、例えば、 $c_0 = 2.61$ の場合、社会的厚生水準は 0.982868 の比率に劇的に増加する。この結果は、資本蓄積に関する初期段階の決定が、動学的に非効率な経路における社会的厚生水準に非常に大きな影響を与えることを示している。

第二の位相構造に属する経路では、図 A2 に示すように、初期段階での消費水準の増減は解消していくものの、増加率の大きな変動は続き、その後は第一の位相構造と同様に、過剰に蓄積された資本が廃棄され、最終的に修正黄金律水準以下の定常状態に収束する。この経路はやはり動学的に非効率である。ちなみに、上記の第一の経路に属する $c_0 = 2.614254$

の水準を境に、資本を廃棄する過程で消費水準が低下に転じる境界値 $k^{**}(k_t < 0)$ は、修正黄金律水準 $k^{##} = 625$ を下回るようになる。その結果、この経路では、定常状態で修正黄金律水準に達することは原理的に不可能となる。社会的厚生評価の面では、上記の第一の経路に比べて資本の過剰蓄積の度合いが緩和され、数値計算結果では、例えば $c_0 = 2.63$ の場合、その比率は0.99317に増加している。

第三の位相構造に属する成長経路では、図 A3 に示すように、資本の過剰蓄積が回避され、資本ストック残高と消費水準が単調に増加しながら定常状態に収束していく。社会的厚生評価は、例えば $c_0 = 2.70$ の場合、最適成長経路に対して0.996546の水準に達するなど、最適成長経路に最も近い水準となっている。

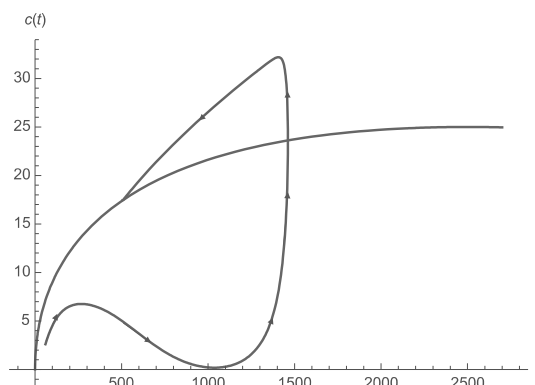


図 A1 PDCA サイクル成長経路($c_0 = 2.60$)

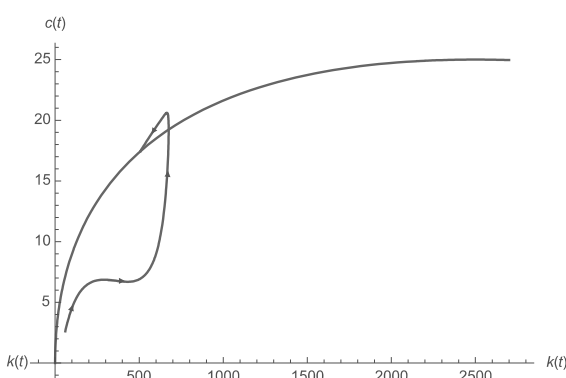


図 A2 PDCA サイクル成長経路($c_0 = 2.61$)

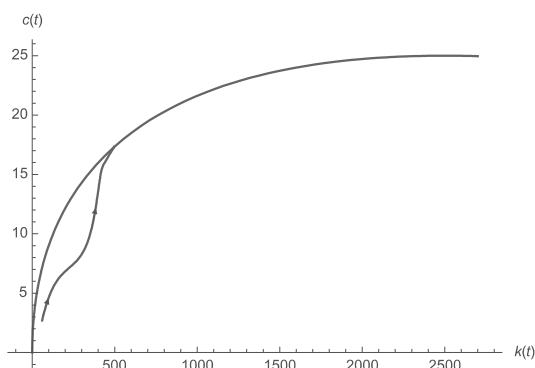


図 A3 PDCA サイクル成長経路($c_0 = 2.7$)

以上を要するに、今回の数値計算の結果から、PDCA サイクルに基づく生産計画ないし所得配分計画を表す状態遷移方程式 \dot{x}_t と、消費水準の状態遷移方程式 \dot{c}_t の両方の定常状態を表す曲線(垂直線)の位置によって、成長経路の構造変化が生じることが確認できる。成長経路の位相構造における本質的な分岐現象は、資本ストックを廃棄する過程で消費水準が低下に転じる境界値である $k^{**}(k_t < 0)$ の存在によって発生する。

今回の数値計算の結果を見る限り、 $c_0 = 2.64$ の近傍を境界とするPDCA サイクル成長経路では、資本ストックを廃棄して消費水準を下げながら定常状態に収束する動的に非効率な経路と、資本と消費水準を単調に増加させながら定常状態に収束する経路に分岐する。ただし、数値計算の結果からは、 $c_0 \geq 2.64$ のとき $k^{**}(k_t < 0)$ は計算されず、実際に消

減したかどうかは確認できない。また、 c_0 が 2.61 付近を超える領域では、 $k^{**}(\dot{k}_t < 0)$ が修正黄金律の水準である 625 を下回っているため、PDCA サイクルを通じて同水準の近傍にある定常状態に収束させることは不可能である。一方、社会的厚生水準は、 $c_0 = 2.70$ の時に 339.149 に達し、最適成長経路の水準 340.324 にほぼ匹敵する結果になった。

参考文献

- Cass, D. Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. *Rev. Econ. Stud.* **1965**, 32, 233–240.
- Koopmans, T.C. On the Concept of Optimal Economic Growth. Cowles Foundation Discussion Papers. **1965**, No.163.
- 小山田和彦. 動学的シミュレーション・モデル構築の基礎. アジア経済研究所調査研究レポート, **2012**
- Sakaki, Shungo. A Method of Building Simulation Model for Organizational Decision-making and Inter-organizational Control. *Evol. Inst. Econ. Rev.* **2018**, 15, 289–313.
- 榊俊吾. PDCA サイクルによる意思決定と最適成長について. ビジネス科学研究. **2021**. 第 9 号, pp.11–20
- Uzawa, Hirofumi. Optimal Growth in a Two-Sector Model of Capital Accumulation. *Review of Economic Studies* **1964**, 31, 1–24.
- Uzawa, Hirofumi. Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth. *Int. Econ. Rev.* **1965**, 6, 18–31.
- Weibull, J.W. *Evolutionary Game Theory*; MIT Press: Cambridge, MA, USA, **1995**.
- 八木橋毅司; 片野幹. 日本の消費の異時点間代替弾力性(IES)についての一考察. ファイナンス; 財務政策総合研究所, 財務省, **2020**

